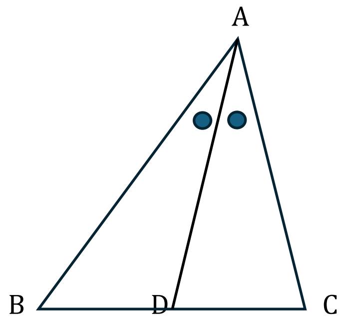
ガロアが１７歳のときの提出したレポートより

「はじめによく知られた定理」

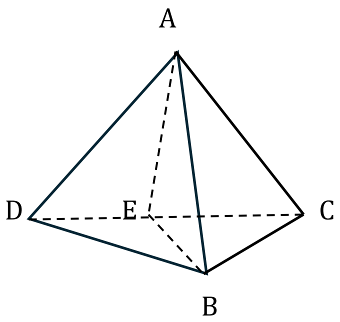


⊿ABC で∠A の二等分線と BC との交点を D とするとき、

AB : AC＝BD : CD

が成り立つ。

ガロアはこのことを三角形から四面体の場合へと次のように拡張する。

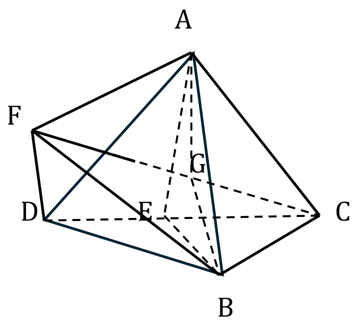


四面体 ABCD において、
平面 ABC と平面 ABD の作る角を２等分する平面（AB を含む）と CD との交点を E とするとき、

⊿ABC：⊿ABD（面積比）＝CE：DE

が成り立つ。

（ガロアによる証明）



AB と平行な D を通る直線上に、
∠ABC＝∠ABF　となるような点 F をとり
平面 ABE と CF の交点を G とする。
このとき、直線 DF は平面 ABE と平行であり、

CE : DE＝CG : FG　…………①

一方、DF∥AB　より

⊿ABD＝⊿ABF　（面積は等しい）………②

また、∠ABC＝∠ABF　より

⊿ABC：⊿ABF＝BC : BF　…………③　（注）

ここで、∠EBC＝∠EBD、∠ABC＝∠ABF　より、
BG は、∠CBF を２等分することになるから

BC : BF＝CG : FG …………④

②、③、④より

⊿ABC : ⊿ABD＝CG : FG

①　より、⊿ABC : ⊿ABD＝CE : DE　　　（終）

(注)　③について。

∠ABC＝∠ABF（＝θとおく）より

⊿ABC＝1/2・AB・BC・sin θ

⊿ABF＝1/2・AB・BF・sin θ

これより、　⊿ABC：⊿ABF＝BC : BF